

POLE POWIERZCHNI GRANIASTOSŁUPA

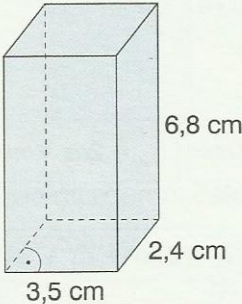
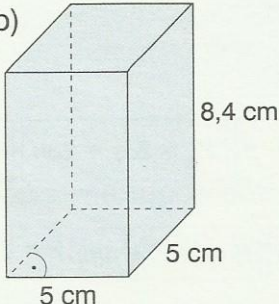
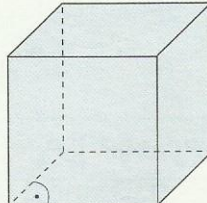
Witam Was na kolejnym spotkaniu z matematyką.

Na powyższy temat mamy dwie jednostki lekcyjne. Obejrzyjcie proponowane filmy, Przepiszcie poniższe zadania i ich rozwiązania do zeszytu.

Warto powtórzyć wzory na pola figur płaskich.

<https://www.youtube.com/watch?v=4X4U8xkgZx0>

1 Oblicz pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu.

a)  b)  c) 

$P_b =$	$P_b =$	$P_b =$
$P =$	$P =$	$P =$

Bryły przedstawione w zadaniu to prostopadłościany.

Obejrzyj https://www.youtube.com/watch?v=TDaAt1_hc6c

Pole powierzchni prostopadłościanu to $2*a*b + 2*b*c + 2*c*a$

- a) Odczytajmy z rysunku wartości liczb $a=3,5\text{cm}$; $b=2,4\text{cm}$; $c=6,8\text{cm}$; są to długości krawędzi prostopadłościanu

Liczmy pola powierzchni poszczególnych ścian

Pole podstawy $a*b = 3,5\text{cm}*2,4\text{cm} = 8,4\text{cm}^2$

ponieważ są dwie takie ściany wynik mnożymy przez dwa $8,4\text{cm}^2 *2=16,8\text{cm}^2$

Pierwsza ściana boczna $b*c = 2,4\text{cm} *6,8\text{cm} = 16,32\text{cm}^2$

są dwie takie ściany wynik mnożymy przez dwa $16,32 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 32,64 \text{ cm}^2$

Druga ściana boczna $c \cdot a = 6,8 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm} = 23,8 \text{ cm}^2$

te ściany też są dwie więc mnożymy przez dwa $23,8 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 47,6 \text{ cm}^2$

Sumujemy pola ścian bocznych $32,64 \text{ cm}^2 + 47,6 \text{ cm}^2 = 80,24 \text{ cm}^2$

Pole całkowite : do pola bocznego dodajemy jeszcze pola podstaw

$$80,24 \text{ cm}^2 + 16,8 \text{ cm}^2 = 97,04 \text{ cm}^2$$

b) Wymiary prostopadłościanu to $a=5 \text{ cm}$, $b=5 \text{ cm}$, $c=8,4 \text{ cm}$

Liczymy pola powierzchni poszczególnych ścian

Pole podstawy $a \cdot b = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$

ponieważ są dwie takie ściany wynik mnożymy przez dwa $25 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 50 \text{ cm}^2$

Pierwsza ściana boczna $b \cdot c = 5 \text{ cm} \cdot 8,4 \text{ cm} = 42 \text{ cm}^2$

są dwie takie ściany wynik mnożymy przez dwa $42 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 84 \text{ cm}^2$

Druga ściana boczna $c \cdot a = 8,4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 42 \text{ cm}^2$

te ściany też są dwie więc mnożymy przez dwa $42 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 84 \text{ cm}^2$

Sumujemy pola ścian bocznych $84 \text{ cm}^2 + 84 \text{ cm}^2 = 168 \text{ cm}^2$

Pole całkowite : do pola bocznego dodajemy jeszcze pola podstaw

$$168 \text{ cm}^2 + 25 \text{ cm}^2 = 193 \text{ cm}^2$$

c) Wymiary to $a=3\frac{1}{2} \text{ cm}$, $b=3\frac{1}{2} \text{ cm}$; $c=3\frac{1}{2} \text{ cm}$

Ta bryła to sześcián

Pole podstawy $a \cdot b = 3\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{49}{4} = 12\frac{1}{4} \text{ cm}^2$

Takie podstawy są dwie więc $2 \cdot 12\frac{1}{4} = 24\frac{1}{2} \text{ cm}^2$

Ściany boczne są takimi samymi kwadratami, mają takie same wymiary, więc i mają takie samo pole

Pole jednej ściany bocznej $= 12\frac{1}{4} \text{ cm}^2$; ścian bocznych jest cztery więc

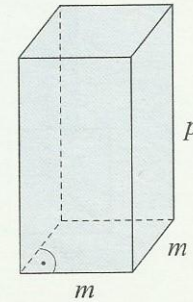
pole boczne jest równe $4 \cdot 12\frac{1}{4} = 49 \text{ cm}^2$

Pole całkowite = pole podstaw + pole boczne $= 49 + 24\frac{1}{2} = 73\frac{1}{2} \text{ cm}^2$

2

Oceń prawdziwość zdań dotyczących narysowanej obok bryły. Zaznacz TAK, jeżeli zdanie jest prawdziwe, lub NIE, jeżeli jest fałszywe.

Ta bryła to prostopadłościan.	TAK	NIE
Jej pole powierzchni bocznej jest równe $4mp$, a pole powierzchni całkowitej – $4mp + 2m^2$.	TAK	NIE
Dla $m = 4$ cm i $p = 6,5$ cm pole powierzchni bocznej bryły jest równe 10 400 mm ² .	TAK	NIE



TAK, ta bryła to prostopadłościan

W podstawie ma on kwadrat (zwracamy uwagę na oznaczenia krawędzi podstawy długość i szerokość taka sama litera) oznacza to, że ściany boczne są wszystkie takie same- cztery ściany o oznaczeniach m , p , więc pole boczne to $4 \cdot m \cdot p = 4mp$, zaś skoro w podstawie kwadrat to jego pole $= m^2$, a że są dwie to pole dwóch podstaw jest równe $2m^2$. Tak więc pole całkowite jest równe $4mp + 2m^2$. Odp. **TAK**

Obliczamy wartość wyrażenia $4mp$ podstawiając $m=4\text{cm}=40\text{mm}$ oraz $p=6,5\text{cm}=65\text{mm}$

$$4 \cdot 40\text{mm} \cdot 65\text{mm} = 10400\text{mm}^2 \quad \mathbf{TAK}$$

3

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 132 cm². Jakie wymiary ma ten prostopadłościan?

A. $4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

B. $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$

C. $2 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$

D. $2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$

Należy sprawdzić jakie pole otrzymamy w każdym podpunkcie.

$$\begin{aligned} \text{A. } & 2 \cdot 4\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 2 \cdot 5\text{cm} \cdot 6\text{cm} + 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 4\text{cm} = \\ & 2 \cdot 20\text{cm}^2 + 2 \cdot 30\text{cm}^2 + 2 \cdot 24\text{cm}^2 = \\ & 40\text{cm}^2 + 60\text{cm}^2 + 48\text{cm}^2 = \mathbf{148\text{cm}^2} \end{aligned}$$

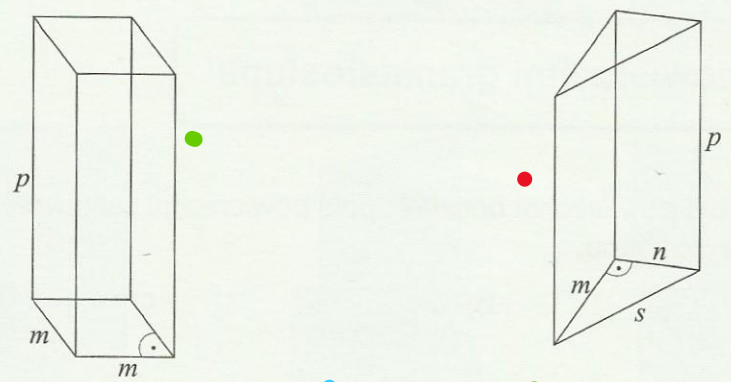
$$\begin{aligned} \text{B. } & 2 \cdot 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} + 2 \cdot 3\text{cm} \cdot 9\text{cm} + 2 \cdot 9\text{cm} \cdot 4\text{cm} = \\ & 2 \cdot 12\text{cm}^2 + 2 \cdot 27\text{cm}^2 + 2 \cdot 36\text{cm}^2 = \\ & 24\text{cm}^2 + 54\text{cm}^2 + 72\text{cm}^2 = \mathbf{150\text{cm}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C. } & 2 \cdot 2\text{cm} \cdot 8\text{cm} + 2 \cdot 8\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 2 \cdot 5\text{cm} \cdot 2\text{cm} = \\ & 2 \cdot 16\text{cm}^2 + 2 \cdot 40\text{cm}^2 + 2 \cdot 10\text{cm}^2 = \\ & 32\text{cm}^2 + 80\text{cm}^2 + 20\text{cm}^2 = \mathbf{132\text{cm}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D. } & 2 \cdot 2\text{cm} \cdot 6\text{cm} + 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 7\text{cm} + 2 \cdot 7\text{cm} \cdot 2\text{cm} = \\ & 2 \cdot 12\text{cm}^2 + 2 \cdot 42\text{cm}^2 + 2 \cdot 14\text{cm}^2 = \\ & 24\text{cm}^2 + 84\text{cm}^2 + 28\text{cm}^2 = \mathbf{136\text{cm}^2} \end{aligned}$$

Wynika, że prawidłowa odpowiedź to **C**

4 Zamaluj jednakowym kolorem rysunek graniastostupa, jego nazwę oraz wyrażenie algebraiczne opisujące pole jego powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej.

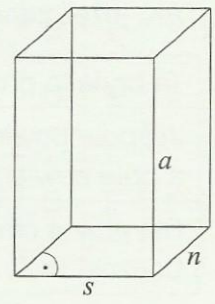
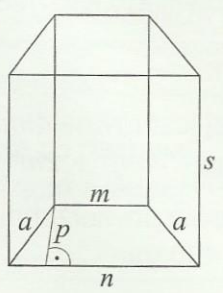
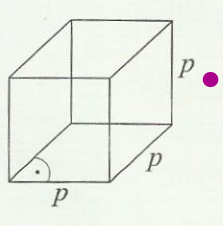


$P_b = 4p^2$
 $P_b = (m + n + s) \cdot p$
 $P_b = 2as + 2an$
 $P_b = 4mp$
 $P_b = 2as + ms + ns$

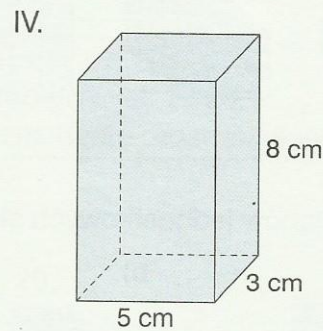
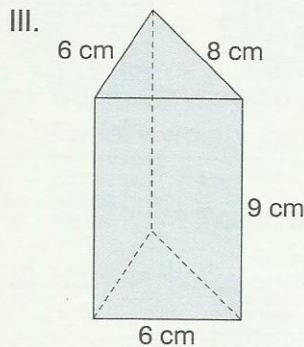
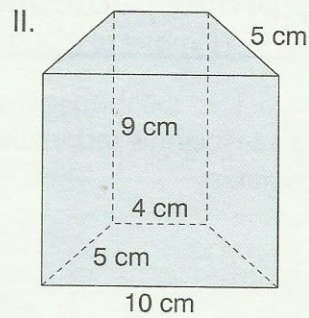
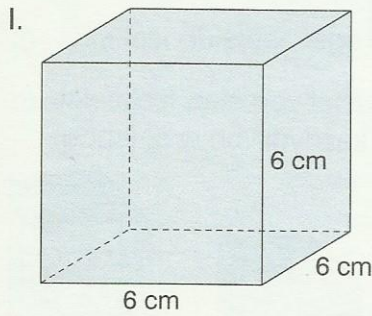
$P = mn + mp + np + sp$
 $P = 2m^2 + 4mp$
 $P = 6p^2$
 $P = 2(ns + as + an)$

$P = (m + n) \cdot p + 2as + ms + ns$

- Graniastostup, którego podstawą jest trójkąt prostokątny.
- Prostopadłościan, którego podstawa nie jest kwadratem.
- Sześcian
- Prostopadłościan, który nie jest sześcianem, choć jego podstawą jest kwadrat.
- Graniastostup, którego podstawą jest trapez.



5 Dane są graniastosłupy:



Uzupełnij zdania. Zakreśl poprawne odpowiedzi spośród **A i B** oraz **C i D**.

Powierzchnię boczną mniejszą niż $1,5 \text{ dm}^2$ mają graniastosłupy **A / B**.

A. III i IV **B.** II i IV

Różnica powierzchni bocznych graniastosłupów **C / D** jest równa 36 cm^2 .

C. II i III **D.** II i IV

Aby odpowiedzieć na to pytanie musimy liczyć.

Pola powierzchni bocznych graniastosłupów

- I. Sześcian: cztery kwadraty o krawędzi 6cm czyli $4 \cdot \text{pole kwadratu} = 4 \cdot a \cdot a = 4 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 4 \cdot 36 \text{ cm}^2 = 144 \text{ cm}^2 = 1,44 \text{ dm}^2$ bo $100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ dm}^2$
- II. Graniastosłup o podstawie trapezu cztery ściany boczne, ale tylko dwie są takie same, liczymy kolejno pole każdej z nich
- $$10 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^2$$
- $$4 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$$
- $$2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 2 \cdot 45 \text{ cm}^2 = 90 \text{ cm}^2$$
- $$\text{Sumujemy } 90 \text{ cm}^2 + 36 \text{ cm}^2 + 90 \text{ cm}^2 = 216 \text{ cm}^2 = 2,16 \text{ dm}^2$$
- III. Graniastosłup o podstawie trójkąta
- Trzy ściany boczne, dwie mają takie same wymiary (są takie same)
- $$2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 2 \cdot 54 \text{ cm}^2 = 108 \text{ cm}^2$$
- $$8 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^2$$
- $$\text{Sumujemy } 108 \text{ cm}^2 + 72 \text{ cm}^2 = 180 \text{ cm}^2 = 1,8 \text{ dm}^2$$
- IV. Prostopadłościan

Cztery ściany boczne parami takie same

$$2 * 5\text{cm} * 8\text{cm} = 2 * 40\text{ cm}^2 = 80\text{ cm}^2$$

$$2 * 3\text{cm} * 8\text{cm} = 2 * 24\text{ cm}^2 = 48\text{ cm}^2$$

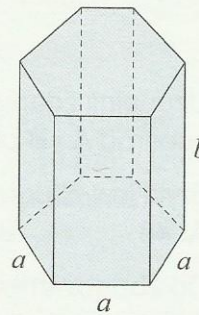
$$\text{Sumujemy } 80\text{ cm}^2 + 48\text{ cm}^2 = 128\text{ cm}^2 = 1,28\text{ dm}^2$$

Odpowiedzi do pytań na podstawie otrzymanych wyników to **B i C**

6

Skreśl zdania, które **błędnie** opisują graniastosłup przedstawiony na rysunku.

- Jest to graniastosłup sześciokątny, który ma 6 par ścian równoległych.
- Pole powierzchni bocznej graniastosłupa można opisać wyrażeniem algebraicznym $6ab$.
- Dla $a = 4,5\text{ cm}$ i $b = 6,2\text{ cm}$ pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe 1674 mm^2 .
- Graniastosłup ma o 100% więcej krawędzi podstaw niż krawędzi bocznych.
- Sumę krawędzi graniastosłupa opisuje wyrażenie $12a + 6b$.

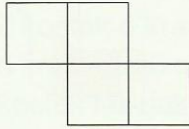


- F** ma trzy pary ścian równoległych
- P** -sześć ścian prostokątnych o wymiarach $a*b$
- Liczmy $6ab = 6 * 4,5\text{cm} * 6,2\text{cm} = 167,4\text{ cm}^2 = 16740\text{ mm}^2$ bo $1\text{ cm}^2 = 100\text{mm}^2$ więc **F**
- Krawędzi podstaw jest 12, krawędzi bocznych 6. Jeżeli $6 = 100\%$ to $12 = 200\%$, czyli o 100% więcej odp.**P**
- Korzystając z informacji z punktu d) i oznaczeń na rysunku **P**

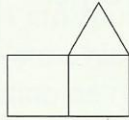
ZADANIA DLA CHĘTNYCH

1 Przerysuj do zeszytu układ figur i dorysuj do niego dwie figury tak, aby otrzymać siatkę graniastostupa. Podaj nazwę tego graniastostupa.

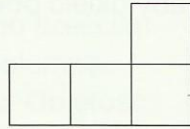
a)



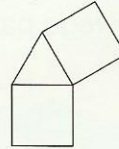
b)



c)



d)



2 Podstawą graniastostupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 cm i 4 cm. Wysokość graniastostupa jest równa 6 cm. Narysuj taki trójkąt prostokątny i zmierz odpowiedni odcinek. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastostupa.

3 Podstawą graniastostupa jest trójkąt równoramienny. Ramiona trójkąta mają długości 6,2 cm, a jego obwód wynosi 20,8 cm. Wysokość graniastostupa jest równa długości podstawy trójkąta. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastostupa.

4 Pokój Piotra ma kształt prostopadłościanu. Jego podłoga ma wymiary 4 m \times 5 m, a wysokość wynosi 2,6 m. Piotr chce pomalować ściany swojego pokoju. Jedna puszka farby wystarcza na 8 m² powierzchni. Ile co najmniej puszek farby powinien kupić Piotr, aby farby wystarczyło mu na dwukrotne malowanie pokoju?