

Temat 1-4: Powierzchnia graniastosłupa

Obejrzyj film na stronie Pistacja.tv, matmagwiazdy, zapoznaj się z przykładami

Pole powierzchni całkowitej to suma pól powierzchni wszystkich ścian danej bryły. W przypadku graniastosłupów będzie to suma pól dwóch podstaw (dolnej i górnej) oraz wszystkich ścian bocznych.

Wzór na pole powierzchni całkowitej zależy w dużej mierze od tego jaki to jest graniastosłup, ale w dużym uproszczeniu możemy zapisać, że:

$$P_c = 2P_p + P_b$$

gdzie:

P_c – pole powierzchni całkowitej

P_p – pole podstawy

P_b – pole powierzchni bocznej (czyli suma wszystkich pól ścian bocznych)

Warto też dodać, że jeżeli nasz graniastosłup jest prostopadłościannem, to jego pole powierzchni całkowitej możemy obliczyć alternatywnie ze wzoru:

$$P_c = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

gdzie:

P_c – pole powierzchni całkowitej

a, b, c – długości krawędzi prostopadłościannu

Przykład 1. Oblicz pole powierzchni całkowitej poniższego graniastosłupa.

Nasz graniastosłup jest prostopadłościannem o wymiarach $4\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$.

Pole powierzchni całkowitej możemy więc obliczyć korzystając zarówno z tego pierwszego, jak i z drugiego wzoru.

Rozwiązanie:

I sposób – z wykorzystaniem wzoru $P_c = 2P_p + P_b$

W podstawie graniastosłupa mamy prostokąt o wymiarach $4\text{cm} \times 5\text{cm}$, zatem:

$$P_p = 4\text{cm} \cdot 5\text{cm} \quad P_p = 20\text{cm}^2$$

Jeżeli chodzi o ściany boczne, to dwie ściany będą mieć wymiary $4\text{cm} \times 6\text{cm}$, a dwie będą mieć wymiary $5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Możemy więc zapisać, że:

$$P_b = 2 \cdot 4\text{cm} \cdot 6\text{cm} + 2 \cdot 5\text{cm} \cdot 6\text{cm}$$

$$P_b = 48\text{cm}^2 + 60\text{cm}^2$$

$$P_b = 108\text{cm}^2$$

Znając pole podstawy oraz pole powierzchni bocznej jesteśmy już w stanie podać pole powierzchni całkowitej:

$$P_c = 2P_p + P_b$$

$$P_c = 2 \cdot 20\text{cm}^2 + 108\text{cm}^2$$

$$P_c = 40\text{cm}^2 + 108\text{cm}^2$$

$$P_c = 148\text{cm}^2$$

II sposób – z wykorzystaniem wzoru $P_c = 2 \cdot (ab + bc + ac)$

Nie ma co ukrywać, stosowanie tego wzoru jest znacznie prostsze, bo wystarczy podstawić $a = 4\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$ oraz $c = 6\text{cm}$ i otrzymamy:

$$P_c = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

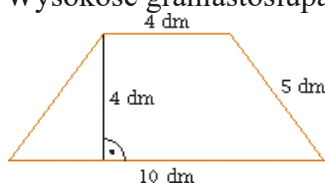
$$P_c = 2 \cdot (4\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 5\text{cm} \cdot 6\text{cm} + 4\text{cm} \cdot 6\text{cm})$$

$$P_c = 2 \cdot (20\text{cm}^2 + 30\text{cm}^2 + 24\text{cm}^2)$$

$$P_c = 2 \cdot 74\text{cm}^2 \quad P_c = 148\text{cm}^2$$

Zadanie 1 (proszę przesłać do 27.05)

Wysokość graniastosłupa jest równa 6,5 dm. Podstawą jest wielokąt przedstawiony na rysunku.



Oblicz pole powierzchni graniastosłupa. (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 2. (proszę przesłać do 27.05)

Oblicz powierzchnię graniastosłupa, którego wysokość jest równa 10 cm , podstawą jest:

- romb o boku równym 4cm i przekątnych o długości 4cm i 8cm.
- trójkąt, którego boki są równe $AB = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$, a wysokość opuszczona na bok AB jest równa 4 cm
- równoległobok o bokach równych 3cm i 5cm i wysokości opuszczonej na krótszą równą 6 cm (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 3 . (proszę przesłać do 29.05) Oblicz pole powierzchni i objętość graniastosłupa trójkątnego, który w podstawie ma trójkąt równoboczny o boku 6 cm i wysokości 5,2 cm; wysokość graniastosłupa wynosi 10 cm. (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 4. (proszę przesłać do 29.05) Oblicz pole powierzchni bocznej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 3 cm, a wysokość bryły jest równa 7 cm. (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 5. (proszę przesłać do 29.05) Ile metrów kwadratowych szkła zużyto na akwarium w kształcie prostopadłościanu o podstawie $1,5\text{ m} \times 0,8\text{ m}$ i wysokości 60 cm? (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadania dodatkowe dla chętnych

Zadanie 6. Krasnoludek chce pomalować prostopadłościenny klocek o wymiarach 1,2 cm, 2 cm, 3 cm. Puszka farby wystarcza na pomalowanie $2,5\text{ cm}^2$ powierzchni. Ile puszek farby powinien kupić krasnoludek? (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 7. Państwo Kowalscy chcą pomalować pokój o wymiarach 5,5 m x 3,5 m x 2,5 m. Ile zapłacą za farbę, jeżeli 1 litr farby wystarczy na pomalowanie 8 m^2 i kosztuje 18 zł? Odliczamy 8 m^2 , które zajmują okno i drzwi. (zapisz wszystkie obliczenia)

Zadanie 8. Czy kartka kolorowego papieru o wymiarach $16 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ wystarczy do oklejenia pudełka w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 0,8 dm i dwa razy krótszej wysokości? (zapisz wszystkie obliczenia)