

Dział: PODZIELNOŚĆ ( w podręczniku strony 178–192) /dział rozpoczęty w marcu/

W tym dziale ilekroć mówimy **dzieli się** to oznacza **dzieli się bez reszty**

Lekcje 1 i 2: DZIELNIKI I WIELOKROTNOŚCI /lekcje dla przypomnienia/

Mamy  $5 \cdot 4 = 20$  to liczba 5 /oraz 4/ jest dzielnikiem liczby 20, zaś liczba 20 jest wielokrotnością liczby 5 /oraz 4/

UWAGA: Żeby mówić o dzielniku i wielokrotności zawsze musimy mówić o dwóch liczbach.

Np.: Liczba 7 jest dzielnikiem liczby 21, ale nie jest dzielnikiem liczby 15.

Liczba 20 jest wielokrotnością liczby 10, ale nie jest wielokrotnością liczby 6.

Definicja: /przepiszcie/

**Jeśli  $a \cdot b = c$  to  $a$  i  $b$  są dzielnikami liczby  $c$ , a liczba  $c$  jest wielokrotnością liczb  $a$  i  $b$ .**

Pojęcia wielokrotność i dzielnik są wymienne: **Jeśli  $a$  jest dzielnikiem liczby  $c$ , to  $c$  jest wielokrotnością liczby  $a$ .**

**Każda liczba jest swoim dzielnikiem bo  $a \cdot 1 = a$**

**Liczba 1 jest dzielnikiem każdej liczby bo  $a \cdot 1 = a$**

**Każda /różna od zera/ liczba jest swoją wielokrotnością bo  $a \cdot 1 = a$**

**Każda liczba jest wielokrotnością liczby 1 bo  $a \cdot 1 = a$**

**Zero nie jest dzielnikiem żadnej liczby /nie wolno dzielić przez zero/ i jest wielokrotnością każdej liczby bo  $a \cdot 0 = 0$**

Zadania /odpowiedzi niektórych zadań na końcu pliku/

**Zad 1)** Przy każdej parze liczb wpisz literę **D** przy dzielniku i literę **W** przy wielokrotności. Gdy w parze nie ma dzielników i wielokrotności wpisz między liczbami literę **Z**

a)	14	.....	28	b)	24	.....	25	c)	24	.....	25
d)	24	.....	6	e)	100	.....	4	f)	40	.....	80
g)	10	.....	50	h)	45	.....	5	i)	12	.....	3
j)	100	.....	50	k)	9	.....	81	l)	55	.....	11
m)	4	.....	36	n)	21	.....	7	o)	88	.....	11
p)	3	.....	8	q)	23	.....	25	r)	22	.....	66
s)	15	.....	0	t)	27	.....	9	u)	41	.....	21
v)	42	.....	7	w)	32	.....	8	x)	21	.....	42
y)	8	.....	0	z)	40	.....	80	aa)	9	.....	81

**Zad 2)** Wypisz dzielniki liczby 18 i dzielniki liczby 30. Podkreśl wspólne.

**Zad 3)** Wypisz po 6 kolejnych wielokrotności liczb 9 i 15 mniejszych od 120. Wśród nich podkreśl te, które są wielokrotnościami obu liczb

**Zad 4)** Wypisz wszystkie wielokrotności liczby 9 mniejsze od 92 i większe od 28

**Zad 5)** Wypisz dzielniki liczby 320 mniejsze od 20

**Zad 6)** W klasie jest 28 uczniów. Na lekcji wychowania fizycznego nauczyciel chce podzielić ich na równoliczne drużyny. Na ile sposobów może to uczynić?

#### Lekcje 3 i 4: LICZBY PIERWSZE I LICZBY ZŁOŻONE

Wypiszmy dzielniki kilku liczb:

24 – 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24

29 – 1; 29

12 – 1; 2; 3; 4; 6; 12

25 – 1; 5; 25

17 – 1; 17

11 – 1; 11

81 – 1; 3; 9; 27; 81

1 – 1

0 – 1; 2; 3; 4; 5 .... /każda liczba/

13 – 1; 13

Widać, że wśród nich są liczby, które mają tylko dwa dzielniki; liczby, które mają więcej niż dwa; liczby 0 i 1.

Przepiszcie definicje

**Liczba pierwsza to liczba, która ma dokładnie dwa dzielniki (samą siebie i 1)**

**Liczba złożona ma więcej niż dzielniki /ale skończoną liczbę/**

**Liczby ZERO – 0 I JEDEN – 1 nie są ani pierwsze ani złożone**

Warto zapamiętać, że liczba złożona to taka, która dzieli się przez liczbę od siebie mniejsza, ale większą od jeden

Np.: liczbami złożonymi są

20 – dzieli się przez 5

24 – dzieli się przez 3

50 – dzieli się przez 10

12 – dzieli się przez 4

Inny sposób rozpoznawania liczb złożonych:

Liczba złożona to taka liczba którą można otrzymać w wyniku mnożenia dwóch /lub więcej/ liczb większych od 1

$20=2*10$

$24=4*6$

$50=5*5*2$

$12=3*4$

Liczby pierwsze mają bardzo duże znaczenie w matematyce i innych działach nauki. uczeń klasy 4 powinien w pamięci rozpoznać liczby pierwsze mniejsze od 30, a po chwilowym namyśle mniejsze od 100

## Matematyka Klasa IV

Kartkę należy wydrukować i wypełnioną wkleić do zeszytu lub przepisać wykonując obowiązkowe polecenia.

Do wyszukiwania liczb pierwszych mniejszych od zadanej liczby przydatny jest algorytm zwany Sitem Eratostenesa

Przykład. Chcemy wypisać wszystkie liczby pierwsze mniejsze lub równe 30

Krok 1. Wypisujemy wszystkie liczby od dwóch do 30

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Krok 2. Bierzemy w ramkę najmniejszą liczbę **2**, a następnie wykreślamy wszystkie liczby co **drugą** czyli **4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30**

x	<b>2</b>	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Krok 3. Bierzemy w ramkę najmniejszą liczbę wolną /nie w ramce i nie wykreśloną/ **3**, a następnie wykreślamy wszystkie liczby co **trzecią** czyli **6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30** /niektóre z nich zostały wykreślone wcześniej/

x	<b>2</b>	<b>3</b>	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Krok 4. Bierzemy w ramkę najmniejszą liczbę wolną /nie w ramce i nie wykreśloną/ **5**, a następnie wykreślamy wszystkie liczby co **piątą** czyli **10, 15, 25, 30** /niektóre z nich zostały wykreślone wcześniej/

x	<b>2</b>	<b>3</b>	4	<b>5</b>	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Kolejne kroki kontynuujemy z liczbami /ale nie będzie nic do wykreślenia/ z liczbami: **7, 11, 13, 17, 19, 23, 29** i otrzymujemy

x	<b>2</b>	<b>3</b>	4	<b>5</b>	6	<b>7</b>	8	9	10
<b>11</b>	12	<b>13</b>	14	15	16	<b>17</b>	18	<b>19</b>	20
21	22	<b>23</b>	24	25	26	27	28	<b>29</b>	30

Czyli liczby pierwsze mniejsze od 30 to: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29**

**Zad 7)** Według tego schematu wyszukajcie wszystkie liczby pierwsze mniejsze od 100

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Liczby pierwsze mniejsze od 100 to: .....

.....

Chętni mogą zrobić większą tabelkę i znaleźć liczby pierwsze mniejsze od 200 lub 300

Lekcje 5 i 6: PODZIELNOŚĆ LICZB PRZEZ 2, 5, 10

/tematy ten i następne pozwalają sprawdzić czy konkretna liczba dzieli się przez inną (2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50 i 100) bez konieczności dzielenia pisemnego/

Każdą liczbę możemy zapisać w postaci  $10 \cdot n + j$ , gdzie  $j$  jest cyfrą jedności

Np.:  $23456 = 10 \cdot 2345 + 6$ ;  $235 = 10 \cdot 23 + 5$ ;  $8752 = 10 \cdot 875 + 2$ ;  $5670 = 10 \cdot 567 + 0$

Ponieważ liczba 10 dzieli się przez 2, 5 i 10 więc żeby zbadać podzielność /dużej/ liczby wystarczy zbadać czy jej cyfra jedności dzieli się odpowiednio przez 2, 5, 10

*Przepiszcie regułki*

**Liczba dzieli się przez 2 (jest parzysta) wtedy, gdy jej ostatnia cyfra dzieli się przez 2 (kończy się na 0 lub 2 lub 4 lub 6 lub 8)**

**Liczba dzieli się przez 5 wtedy, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5**

**Liczba dzieli się przez 10 wtedy, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0**

Przykłady: 2345 ma na końcu 5 więc nie dzieli się przez 2, ale dzieli się przez 5

3450 ma na końcu 0 więc dzieli się przez 2, przez 5 i przez 10

34568 ma na końcu 8 więc jest parzysta (bo 8 dzieli się przez 2)

**Zad 8)** Ze zbioru {405, 456, 212, 1200, 121, 300, 802, 275, 2340, 2345, 600, 457, 2134, 125, 4005, 123, 25000, 10000, 21, 12, 235} wypisz:

- a) Liczby parzyste (dzielące się przez 2)
- b) Liczby nieparzyste (nie dzielące się przez 2)
- c) Liczby dzielące się przez 5
- d) Wielokrotności liczby 10 (dzielące się przez 10)
- e) Liczby dzielące się przez 5 i nie dzielące się przez 2
- f) Liczby dzielące się przez 2 i nie dzielące się przez 5

**Zad 9)** W miejsce \_\_ wpisz taką cyfrę, aby liczba 444\_\_:

- a) Dzieliła się przez 5
- b) Dzieliła się przez 2
- c) Dzieliła się przez 10
- d) \*Dzieliła się przez 2 i nie dzieliła się przez 5
- e) \*Dzieliła się przez 5 i nie dzieliła się przez 2
- f) \*Nie dzieliła się ani przez 5 ani przez 2

**Zad 10)** /dla chętnych/ Ze zbioru liczb {307; 327; 330; 362; 364; 371; 380; 382; 396; 414; 416; 417; 460; 496; 505; 507; 508; 508; 511; 511; 530; 543; 549; 550; 551; 553; 556; 561; 569; 572; 582; 589; 592; 592; 593; 610; 622; 643; 649; 649; 691; 695; 695; 697; 751; 770; 772; 775; 803; 806; 814; 824; 854; 861; 885; 890; 915; 920; 928; 953; 964; 1043; 1101; 1188; 1238; 1266; 1274; 1279; 1309; 1346; 1364; 1389; 1416; 1453; 1475} wypisz:

- a) Liczby parzyste.
- b) Liczby dzielące się przez 5
- c) Wielokrotności liczby 10

Lekcje 7 i 8: PODZIELNOŚĆ LICZB PRZEZ 4, 25, 50, 100

Każdą liczbę możemy zapisać w postaci  $10 \cdot n + f$ , gdzie  $f$  jest liczbą złożoną z dwóch ostatnich cyfr  
Np.:  $23456 = 100 \cdot 234 + 56$ ;  $235 = 100 \cdot 2 + 35$ ;  $8750 = 100 \cdot 87 + 50$ ;  $5675 = 100 \cdot 56 + 75$   
Ponieważ liczba 100 dzieli się przez 4, 25, 50 i 100 więc żeby zbadać podzielność /dużej/ liczby wystarczy zbadać czy liczba złożona z jej dwóch ostatnich cyfr dzieli się przez 4, 25, 50 i 100  
*Przepiszcie regułki*

**Liczba dzieli się przez 4 wtedy, gdy liczba złożona z jej dwóch ostatnich cyfr dzieli się przez 4**

**Liczba dzieli się przez 25 wtedy, gdy liczba złożona z jej dwóch ostatnich cyfr dzieli się przez 25 (na końcu stoją 00 lub 25 lub 50 lub 75)**

**Liczba dzieli się przez 50 wtedy, gdy liczba złożona z jej dwóch ostatnich cyfr dzieli się przez 50 (na końcu stoją 00 lub 50)**

**Liczba dzieli się przez 100 wtedy, gdy na końcu stoją dwa zera**

Przykłady: 2456 dzieli się przez 4 bo 56 dzieli się przez 4

37075 dzieli się przez 25, bo 75 dzieli się przez 25

88850 dzieli się przez 25 bo 50 dzieli się przez 25

**Zad 11)** Ze zbioru liczb {1212, 450, 818, 9000, 350, 775, 2452775, 450428, 600, 8125, 654300, 5450, 140, 3450} wypisz:

- a) Wielokrotności liczby 4
- b) Liczby dzielące się przez 25
- c) Wielokrotności liczby 100

**Zad 12)** Ze zbioru liczb {1214, 450, 806, 950, 900, 750, 245242, 453452, 625, 81200, 6540, 5456, 122, 5341} wypisz:

- a) Liczby dzielące się przez 4
- b) Wielokrotności liczby 25
- c) Liczby dzielące się przez 100

Lekcje 9 i 10: PODZIELNOŚĆ LICZB PRZEZ 3 i 9

Zauważmy że każdą liczbę można zapisać jak w poniższych przykładach

$$70 = \underline{7 \cdot 9} + 7$$

$$400 = \underline{4 \cdot 99} + 4$$

$$5000000 = \underline{5 \cdot 99999} + 9$$

$$3000 = \underline{3 \cdot 999} + 3$$

$$3476 = 3000 + 400 + 70 + 6 = \underline{3 \cdot 999} + \underline{4 \cdot 99} + \underline{7 \cdot 9} + 3 + 4 + 7 + 6$$

$$4569 = 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 9 = 4 \cdot (999 + 1) + 5 \cdot (99 + 1) + 6 \cdot (9 + 1) + 9 = 4 \cdot 999 + 4 + 5 \cdot 99 + 5 + 6 \cdot 9 + 6 + 9 = \underline{4 \cdot 999} + \underline{5 \cdot 99} + \underline{6 \cdot 9} + 4 + 5 + 6 + 9$$

$$531 = 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 1 = \underline{5 \cdot 99} + \underline{3 \cdot 9} + 5 + 3 + 1$$

Część podkreślona dzieli się przez 9 i 3, więc wystarczy sprawdzić czy to co nie jest podkreślone dzieli się przez 9 i 3, a jest to suma cyfr

*Przepiszcie regułki*

**Liczba dzieli się przez 3 wtedy, gdy jej suma cyfr dzieli się przez 3**

**Liczba dzieli się przez 9 wtedy, gdy jej suma cyfr dzieli się przez 9**

Przykłady

54522 dzieli się przez 9 bo  $5+4+5+2+2=18$  dzieli się przez 9

234564 dzieli się przez 3 bo  $2+3+4+5+6+4=24$  dzieli się przez 3

128 nie dzieli się przez 3 bo  $1+2+8=11$  nie dzieli się przez 3

111 dzieli się przez 3 bo  $1+1+1=3$  dzieli się przez 3

111 nie dzieli się przez 9 bo  $1+1+1=3$  nie dzieli się przez 9

711 dzieli się przez 9 bo  $7+1+1=9$  dzieli się przez 9

**Zad 13)** Ze zbioru liczb{**12102, 4509, 8178, 9090, 351, 775, 2452773, 451428, 6390, 8115, 654300, 5450, 150, 3450**} wypisz:

- a) Wielokrotności liczby 3
- b) Liczby dzielące się przez 9

**Zad 14)** W miejsce „\_\_” wpisz taką cyfrę, żeby otrzymana liczba dzieliła się przez:

- a)  $35\_67$  przez 3
- b)  $3245\_312$  przez 9
- c)  $811\_$  przez 3 i przez 5
- d)  $5234\_$  przez 3 i przez 2

**Zad 15)** Ze zbioru liczb{**12114, 46650, 8016, 922550, 90027, 754530, 245242, 453452, 6825, 814200, 65440, 54536, 1242, 531141**} wypisz:

- a) Liczby dzielące się przez 9
- b) Wielokrotności liczby 3

Odpowiedzi do zadań

**Zad 2)** 18 – 1, 2, 3, 6, 9, 18; 30 – 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 20

**Zad 3)** 9 – 9, 18, 27, 36, 45, 54; 15 – 15, 30, 45, 60, 75, 90

**Zad 4)** 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

**Zad 5)** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16

**Zad 6)** 6 sposobów /wypisujemy wszystkie dzielniki i liczymy ile ich jest/

**Zad 7)** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

**Zad 9)**

d) 2; 4; 6; 8

e) 5

f) 1; 3; 7; 9

**Zad 14)**

a) 0 lub 3 lub 6

b) 7

c) 5

d) 4